الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

(u_n) متتالية حسابية حدّها الأول u_1 وأساسها r حيث: $u_2=\frac{1}{2}$ و $u_1-u_3=5$

1) أ) بيّن أنّ: $u_1+u_3=1$.

ب) عيّن الحدّ الأوّل u_1 ؛ ثمّ استنتج أنّ $r=-\frac{5}{2}$.

2) اكتب u_n بدلالة n.

3) أ) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_1+u_2+...+u_n$.

ب) عيّن قيمة العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها $S_n=-\frac{657}{2}$.

4) n عدد طبيعي غير معدوم ، نضع: $T_n=u_1+2u_2+3u_3+...+nu_n$.

أ) تحقّق أنّه لكل n من $\mathbb{N}^*$: $(n+2)(9-5n)=-5n^2-n+18$.

ب) باستعمال الاستدلال بالتراجع ، أثبت أنّه لكل n من $\mathbb{N}^*$: $T_n=\frac{1}{6}n(n+1)(14-5n)$.

التمرين الثاني: (06 نقاط)

a و b عددان صحيحان يحقّقان: $a\equiv 13[7]$ و $b\equiv -6[7]$.

1) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 لكل من العددين a و b.

2) بيّن أنّ العددين a^3+1 و b^3-1 يقبلان القسمة على 7.

3) أ) تحقّق أنّ: $a\equiv 2015[7]$ و $b\equiv 1436[7]$.

ب) عيّن باقي القسمة الإقليدية على 7 للعدد 2015^3+1436^3.

ج) استنتج أنّ: $2015^3+1436^3-1962^3+1\equiv 0[7]$.

التمرين الثالث: (08 نقاط)

f الدالة المعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x^3-3x+2$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ وعند $+\infty$.

2) ادرس اتجاه تغيّر الدالة f ؛ ثمّ شكّل جدول تغيراتها.

3) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يُطلب تعيين إحداثييها.

4) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 0.

5) احسب $f(-2)$ و $f(2)$ ؛ ثمّ أنشئ (T) و (C_f).

6) أ) أنشئ المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+2$.

ب) حل ، في $\mathbb{R}$ ، بيانيا المتراجحة $f(x)\geq x+2$.

(الموضوع الثاني) عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة مجموع
التمرين الأوّل: (06 نقاط)		06 نقاط
1. أ - $u_1+u_3=2u_2=1$	0,5	
ب - $(u_1-u_2)+(u_1+u_2)=2u_1$ ومنه $u_1=3$. $r=u_2-u_1=\frac{1}{2}-3=-\frac{5}{2}$	01	
2. $u_n=u_1-\frac{5}{2}(n-1)=-\frac{5}{2}n+\frac{11}{2}$	01	
3. أ - $S_n=\frac{n}{2}(u_1+u_n)=\frac{n(17-5n)}{4}$	01	
ب - $S_n=-\frac{657}{2}$ معناه $5n^2-17n-1314=0$ ومنه $n=18$	01	
4. أ - لكل n من $\mathbb{N}^*$: $(n+2)(9-5n)=-5n^2-n+18$.	0,5	
ب - الاستدلال بالتراجع	01	
التمرين الثاني: (06 نقاط)		06 نقاط
1. $a\equiv 6[7]$ و $b\equiv 1[7]$.	01	
2. $a\equiv -1[7]$ ومنه $a^3+1\equiv 0[7]$ و $b\equiv 1[7]$ ومنه $b^3-1\equiv 0[7]$	1,5	
3. أ - $2015\equiv 6[7]$ و $a\equiv 6[7]$ ؛ $1436\equiv 1[7]$ و $b\equiv 1[7]$.	1,5	
ب - $2015^3+1436^3\equiv 1-1[7]$ أي $2015^3+1436^3\equiv 0[7]$	01	
جـ - $2015^3+1436^3-1962^3+1\equiv 0-1+1[7]$	01	
التمرين الثالث: (08 نقاط)		08 نقاط
1. $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	01	
2. $f'(x)=3x^2-3$ إشارته	1,25	
f متزايدة تماما على كل من $]-\infty;-1]$ و $[1;+\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-1;1]$	0,5	
جدول التغيرات	0,5	
3. $f''(x)=6x$ تنعدم عند 0 مغيرة إشارتها ومنه $(0;2)$ إحداثيات نقطة الانعطاف	0,75	
4. (T): $y=-3x+2$	0,75	
5. $f(-2)=0$ و $f(2)=4$	0,5	
إنشاء (T) و (C_f) .	1,25	
6. أ - إنشاء (Δ)	0,5	
ب - $f(x)\geq x+2$ تكافئ $x\in[-2;0]\cup[2;+\infty[$	01	

84